

Es erschien interessant festzustellen, ob bei langer Belastung eine meßbare Änderung von  $A$ , d. h. den photoelastischen Konstanten, zu beobachten war. Aus diesem Grunde wurden mehrere Gläser der verschiedensten Typen einer ununterbrochenen Belastung bis zu fünf Tagen unterworfen. Bei allen Gläsern konnte innerhalb der Meßgenauigkeit eine Änderung nicht festgestellt werden.

Die reizvolle Frage nach der Abhängigkeit der photoelastischen Konstanten von der chemischen

Zusammensetzung der Gläser konnte leider nicht behandelt werden, da es uns nicht möglich war, Kenntnis von der chemischen Zusammensetzung zu erhalten. Die Angaben der Glastechnischen Tabellen<sup>6</sup>, welche Bestandteile eines Glases mit mehr als 10% und welche mit weniger als 10% vertreten sind, reichen natürlich bei weitem nicht dazu aus.

<sup>6</sup> Eitel-Pirani-Scheel, Glastechnische Tabellen, Berlin 1932.

## Die Bestimmung des Verhältnisses $p/q$ der photoelastischen Konstanten optischer Gläser nach einem dynamischen Verfahren

Von CL. SCHAEFER und K. DRANSFELD

Aus dem II. physikalischen Institut der Universität Köln

(Z. Naturforschg. 8a, 96—99 [1953]; eingegangen am 11. August 1952)

Herrn Prof. E. Fues zum 60. Geburtstag gewidmet

In der vorangehenden Veröffentlichung<sup>1</sup> wurden von etwa 150 optischen Gläsern die photoelastischen Konstanten  $p$  und  $q$  mitgeteilt, die auf statischem Wege gemessen worden sind. Diese Arbeit berichtet nun von der Bestimmung des Verhältnisses  $p/q$  der selben Konstanten mit Hilfe eines dynamischen Verfahrens, das von H. Mueller<sup>2</sup> angegeben wurde. Die Übereinstimmung der dynamisch gemessenen Werte mit den auf statischem Wege erhaltenen wird untersucht; ferner wird die Abhängigkeit des Quotienten  $p/q$  von der Dichte und Temperatur des Glases, sowie von der Wellenlänge des verwandten Lichtes (Dispersion) besprochen.

Zur Messung des Verhältnisses  $p/q$  der photoelastischen Konstanten wird die Lichtbeugung an stehenden Ultraschallwellen ausgenutzt. Die Versuchsanordnung weicht im wesentlichen nicht von der von Schaefer und Bergmann<sup>3</sup> angegebenen ab (s. Abb. 1).

Die kreisrunde beleuchtete Lochblende Lb (40  $\mu$  Durchm.) wird mit einem Objektiv Ob durch den vom Quarz Q angeregten longitudinal schwingenden Glasblock G in der Bildebene BB abgebildet, in der die verschiedenen Ordnungen des gebeugten Lichtes durch ein Okular Ok beobachtet werden. Das einfallende Licht ist in Diagonalstellung polarisiert (Polarisator P), d. h. der Vektor des einfallenden Lichtes schwingt unter einem Winkel von  $\varphi_0 = 45^\circ$  gegen die Schallausbreitungsrichtung (Quarzflächennormale). Das durch die Longitudinalwellen in die erste Ordnung abgebeugte Licht ist dann bei kleinen Schallamplituden

ebenfalls linear polarisiert, aber unter einem von  $\varphi_0$  verschiedenen Winkel  $\varphi_1(c)$ , der von der Größe der Schallamplitude  $c$  abhängt. Der Winkel  $\varphi_1(c)$  wird mit dem Analysator (Ana) gemessen.

Wie nun Mueller gezeigt hat<sup>2</sup>, nähert sich  $\varphi_1(c)$ , für kleine Schallamplituden  $c$  einem Grenzwert  $\varphi_1(0)$ , der allein durch das Verhältnis der photoelastischen Konstanten in der Weise bestimmt ist, daß

$$\tan \varphi_1(0) = (p/q). \quad (1)$$

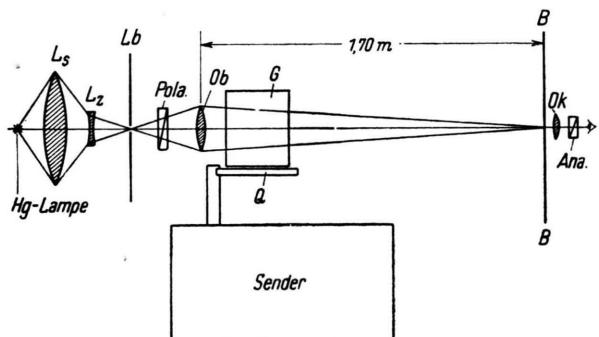


Abb. 1.

<sup>1</sup> Cl. Schaefer u. H. Nassenstein, Z. Naturforschg. 8a, 90 [1953].

<sup>2</sup> H. Mueller, Z. Kristallogr., Mineralog. Petrogr., Abt. A 99, 122 [1938].

<sup>3</sup> Cl. Schaefer u. L. Bergmann, Ann. Physik 8, 72 [1948].



Dieser Grenzwert  $\varphi_1(0)$  wird praktisch gefunden, indem man bei mindestens 2 Amplituden  $c_1, c_2$ , deren relative Größe bekannt sein muß, die Winkel  $\varphi_1(c_1)$  und  $\varphi_1(c_2)$  mißt und dann graphisch oder rechnerisch auf den Grenzwert  $\varphi_1(0)$  (s. Abb. 2) extrapoliert. Die relative Größe der Schallamplituden wurde unter Benutzung der von Raman und Nath<sup>4</sup> angegebenen Beziehungen aus der Intensität der 2. und 3. Beugungsordnung ermittelt.

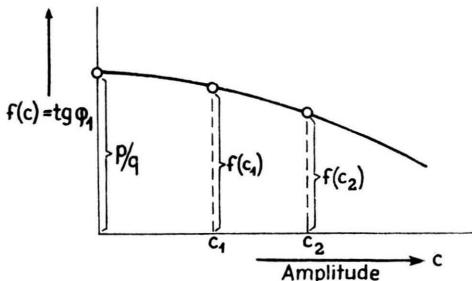


Abb. 2.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß bereits Fues und Bergmann für einige Gläser  $p/q$ -Werte veröffentlicht haben<sup>5</sup>. Sie hielten die von ihnen zur Messung benutzte Schallintensität für klein genug, um die Abhängigkeit der Meßwerte von der Schallamplitude  $c$  vernachlässigen zu können. Die Abweichung ihrer  $p/q$ -Werte von den jetzt gemessenen beruht nur darauf, daß dort eine Extrapolation auf die Schallamplitude  $c = 0$  nicht durchgeführt worden ist<sup>1</sup>.

#### Die Meßergebnisse

Die experimentelle Aufgabe bestand bei jedem Glas in der Messung der beiden Winkel  $\varphi_1(c_1)$  und  $\varphi_1(c_2)$  sowie in der Bestimmung des Verhältnisses der Schallamplituden  $c_1, c_2$ , bei denen die Winkel gemessen wurden. Die Extrapolation mit einer durch  $\varphi_1(c_1)$  und  $\varphi_1(c_2)$  festgelegten Parabel liefert als Grenzwert:

$$\tan \varphi_1(0) = (p/q)_{\text{dyn}} = \frac{\tan \varphi_1(c_2) - \tan \varphi_1(c_1)(c_2^2/c_1^2)}{1 - (c_2^2/c_1^2)} \quad (2)$$

sofort das Verhältnis  $p/q$  der photoelastischen Konstanten.

In der 1. Spalte der folgenden Tabelle steht die Typenbezeichnung des Glases, die dem Glaskatalog der Firma Schott, Jena, entnommen ist. Die Dichte

$\rho$  des Glases ist in der 2. Spalte eingetragen. Dann folgen in der 3. Spalte die nach dem beschriebenen dynamischen Verfahren gewonnenen Werte  $(p/q)_{\text{dyn}}$ . Zum Vergleich enthält die 4. Spalte die auf statischem Wege erhaltenen Werte  $(p/q)_{\text{stat}}$ .

| Glas | $\rho$ | $(p/q)_{\text{dyn}}$ | $(p/q)_{\text{stat}}$ |
|------|--------|----------------------|-----------------------|
| FK   | 1      | 2,30                 | 1,39                  |
|      | 3      | 2,27                 | 1,51                  |
|      | 4      | 2,23                 | 1,67                  |
|      | 5      | 2,48                 | 1,71                  |
|      | 6      | 2,29                 | 1,31                  |
|      | PK     | 2,46                 | 1,74                  |
| PKS  | 2      | 2,50                 | 1,81                  |
|      | 1      | 2,87                 | 1,64                  |
|      | 2      | 3,05                 | 1,54                  |
| BK   | 1      | 2,47                 | 1,73                  |
|      | 2      | 2,46                 | —                     |
|      | 3      | 2,39                 | 1,79                  |
|      | 4      | 2,38                 | 1,66                  |
|      | 5      | 2,41                 | 1,79                  |
|      | 6      | 2,68                 | 1,82                  |
|      | 7      | 2,53                 | 1,61                  |
|      | 8      | 2,36                 | 1,96                  |
|      | 9      | 2,32                 | 1,74                  |
|      | 10     | 2,40                 | 1,80                  |
|      | 12     | 2,51                 | 1,89                  |
|      | BaLK   | 2,69                 | 1,53                  |
| K    | 2      | 2,62                 | 1,49                  |
|      | 3      | 2,61                 | 1,67                  |
|      | 1      | 2,47                 | 1,63                  |
|      | 2      | 2,61                 | 1,68                  |
|      | 3      | 2,54                 | 1,59                  |
|      | 5      | 2,57                 | 1,76                  |
|      | 6      | 2,44                 | 1,73                  |
|      | 7      | 2,54                 | 1,69                  |
|      | 8      | 2,57                 | 1,53                  |
|      | 9      | 2,47                 | 1,55                  |
| ZK   | 10     | 2,51                 | 1,68                  |
|      | 11     | 2,50                 | 1,72                  |
|      | 1      | 2,70                 | 1,85                  |
|      | 2      | 2,61                 | 1,72                  |
|      | 3      | 2,55                 | 1,67                  |
|      | 4      | 2,57                 | 1,68                  |
|      | 5      | 2,76                 | 1,90                  |
| BaK  | 7      | 2,54                 | 2,05                  |
|      | 1      | 3,20                 | 1,52                  |
|      | 2      | 2,85                 | 1,60                  |
|      | 3      | 3,09                 | 1,62                  |
|      | 4      | 3,11                 | 1,75                  |
|      | 5      | 3,02                 | 1,51                  |
|      | 7      | 2,90                 | 1,80                  |
| SK   | 1      | 3,57                 | 1,51                  |
|      | 2      | 3,55                 | 1,47                  |
|      | 3      | 3,51                 | 1,41                  |
|      | 4      | 3,58                 | 1,35                  |
|      | 5      | 3,32                 | 1,45                  |
|      | 7      | 3,53                 | 1,33                  |
|      |        |                      | 1,24                  |

<sup>4</sup> C. V. Raman u. N. S. N. Nath, Proc. Indian Acad. Sci. **2**, 406 [1935]; **2**, 413 [1935]; **3**, 75 [1936].

<sup>5</sup> E. Fues u. L. Bergmann, Naturwiss. **24**, 492 [1936].

| Glas | $q$  | $(p/q)_{\text{dyn}}$ | $(p/q)_{\text{stat}}$ | Glas | $q$    | $(p/q)_{\text{dyn}}$ | $(p/q)_{\text{stat}}$ |      |
|------|------|----------------------|-----------------------|------|--------|----------------------|-----------------------|------|
| SK   | 8    | 3,56                 | 1,50                  | 1,46 | BaSF   | 10                   | 3,61                  | 1,33 |
|      | 9    | 3,58                 | 1,40                  | 1,43 |        | 11                   | 2,66                  | 1,89 |
|      | 11   | 3,08                 | 1,62                  | 1,68 |        | 1                    | 3,67                  | 1,29 |
|      | 12   | 3,28                 | 1,56                  | 1,63 |        | 3                    | 3,50                  | 1,35 |
|      | 13   | 3,38                 | 1,44                  | 1,45 |        | 4                    | 3,88                  | 1,30 |
|      | 14   | 3,43                 | 1,37                  | 1,42 |        | 5                    | 3,48                  | 1,32 |
|      | 15   | 3,67                 | 1,37                  | 1,36 |        | 6                    | 3,79                  | 1,37 |
|      | 18   | 3,69                 | 1,36                  | 1,28 |        | 7                    | 3,85                  | 1,36 |
|      | KF 1 | 2,78                 | 1,61                  | 1,56 |        |                      |                       | 1,33 |
|      | KF 2 | 2,72                 | 1,67                  | 1,65 |        |                      |                       |      |
| BaLF | 3    | 2,57                 | 1,63                  | 1,57 | SF 2   | 3,88                 | 1,26                  | 1,18 |
|      | 4    | 2,78                 | 1,61                  | 1,59 |        | 3                    | 4,62                  | 1,09 |
|      | 5    | 2,72                 | 1,52                  | 1,52 |        | 4                    | 4,80                  | 1,07 |
|      | 6    | 2,67                 | 1,72                  | 1,80 |        | 5                    | 4,08                  | 1,20 |
|      | 7    | 2,64                 | 1,64                  | 1,64 |        | 6                    | 4,97                  | 1,12 |
|      | 8    | 2,98                 | 1,52                  | 1,55 |        | 7                    | 3,78                  | 1,33 |
|      | 9    | 3,10                 | 1,52                  | 1,59 |        | 8                    | 4,21                  | 1,18 |
|      | 10   | 3,19                 | 1,53                  | 1,53 |        | 9                    | 3,91                  | 1,22 |
| SSK  | 3    | 3,16                 | 1,62                  | 1,62 |        | 10                   | 4,26                  | 1,21 |
|      | 4    | 3,17                 | 1,76                  | 1,68 |        | 12                   | 3,72                  | 1,31 |
|      | 5    | 2,95                 | 1,54                  | 1,56 |        | 14                   | 4,50                  | 1,14 |
|      | 6    | 3,33                 | 1,68                  | 1,70 |        | 15                   | 4,05                  | 1,20 |
|      | 7    | 3,35                 | 1,53                  | 1,53 | KzF 1  | 2,72                 | 1,54                  | 1,45 |
|      | 8    | 2,98                 | 1,52                  | 1,55 |        | 3                    | 2,52                  | 1,51 |
|      | 9    | 3,64                 | 1,38                  | 1,38 |        | 4                    | 3,02                  | 1,54 |
|      | 10   | 3,68                 | 1,44                  | 1,42 |        | 5                    | 2,49                  | 1,57 |
| LLF  | 3    | 3,60                 | 1,40                  | 1,28 |        | 6                    | 2,56                  | 1,52 |
|      | 4    | 3,61                 | 1,51                  | 1,51 | PKS 1  | 2,58                 | 1,45                  | 1,45 |
|      | 5    | 3,39                 | 1,38                  | 1,35 | KzFS 3 | 2,89                 | 1,57                  | 1,49 |
|      | 6    | 3,39                 | 1,38                  | 1,35 | SFS 1  | 5,97                 | 0,91                  | 0,89 |
|      | 7    | 3,25                 | 1,45                  | 1,45 |        | —                    | —                     | —    |
|      | 8    | 2,94                 | 1,55                  | 1,47 |        |                      |                       |      |
|      | 9    | 2,90                 | 1,54                  | 1,52 |        |                      |                       |      |
|      | 10   | 2,99                 | 1,61                  | 1,54 |        |                      |                       |      |
| BaF  | 6    | 2,81                 | 1,41                  | 1,48 |        |                      |                       |      |
|      | 7    | 2,98                 | 1,58                  | 1,58 |        |                      |                       |      |
|      | 8    | 2,51                 | 1,54                  | 1,53 |        |                      |                       |      |
|      | 9    | 3,02                 | 1,41                  | 1,40 |        |                      |                       |      |
|      | 10   | 3,17                 | 1,59                  | 1,59 |        |                      |                       |      |
|      | 11   | 3,49                 | 1,51                  | 1,50 |        |                      |                       |      |
|      | 12   | 3,55                 | 1,47                  | 1,49 |        |                      |                       |      |
|      | 13   | 3,35                 | 1,51                  | 1,40 |        |                      |                       |      |
| LF   | 14   | 3,54                 | 1,40                  | 1,40 |        |                      |                       |      |
|      | 15   | 3,67                 | 1,39                  | 1,36 |        |                      |                       |      |
|      | 16   | 3,85                 | 1,36                  | 1,36 |        |                      |                       |      |
|      | 17   | 3,83                 | 1,35                  | 1,36 |        |                      |                       |      |
|      | 18   | 3,80                 | 1,33                  | 1,27 |        |                      |                       |      |
|      | 19   | 3,19                 | 1,50                  | 1,45 |        |                      |                       |      |
|      | 20   | 3,31                 | 1,41                  | 1,43 |        |                      |                       |      |
|      | 21   | 3,21                 | 1,41                  | 1,41 |        |                      |                       |      |
| F    | 22   | 3,20                 | 1,39                  | 1,32 |        |                      |                       |      |
|      | 23   | 3,22                 | 1,35                  | 1,36 |        |                      |                       |      |
|      | 24   | 3,12                 | 1,43                  | 1,46 |        |                      |                       |      |
|      | 25   | 3,22                 | 1,36                  | 1,37 |        |                      |                       |      |
|      | 26   | 3,68                 | 1,32                  | 1,29 |        |                      |                       |      |
|      | 27   | 3,59                 | 1,33                  | 1,30 |        |                      |                       |      |
|      | 28   | 3,51                 | 1,35                  | 1,36 |        |                      |                       |      |
|      | 29   | 3,57                 | 1,30                  | 1,29 |        |                      |                       |      |
|      | 30   | 3,45                 | 1,34                  | 1,34 |        |                      |                       |      |
|      | 31   | 3,76                 | 1,31                  | 1,19 |        |                      |                       |      |
|      | 32   | 3,61                 | 1,28                  | 1,25 |        |                      |                       |      |
|      | 33   | 3,40                 | 1,42                  | 1,35 |        |                      |                       |      |
|      | 34   | 3,56                 | 1,32                  | 1,28 |        |                      |                       |      |

Die oben genannten Werte  $(p/q)_{\text{dyn}}$  sind bis auf einen mittleren Fehler von 5% als genau anzusehen. (Einige Gläser ließen sich aus technischen Gründen nicht prüfen.)

### Diskussion der Ergebnisse

Wenn man in der Tabelle die dynamischen Werte von  $p/q$  mit den statischen vergleicht, so sieht man, daß die Abweichungen stets innerhalb von  $\pm 10\%$  bleiben. Da die Fehlertoleranzen des statischen wie des dynamischen Verfahrens jeweils 5% betragen, sprechen diese Abweichungen noch nicht gegen eine prinzipielle Gleichheit der statischen und dynamischen Werte. Um eine genauere Übersicht über die Verteilung der Abweichungen zu gewinnen, sind in Abb. 3 auf der Abszisse die Abweichungen  $\varepsilon$  der dynamischen von den statischen Werten aufgetragen und auf der Ordinate die Anzahl  $Z$  der jeweils

abweichenden Gläser. Man sieht, daß die Verteilung der Streuung nicht symmetrisch um  $\epsilon = 0$  liegt. Im Durchschnitt liegen die dynamischen Werte  $(p/q)_{dyn}$  um 1,5 % höher als die statischen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß dieses Ergebnis wegen der endlichen Zahl der gemessenen Gläser ein zufälliges ist, beträgt höchstens 0,001.

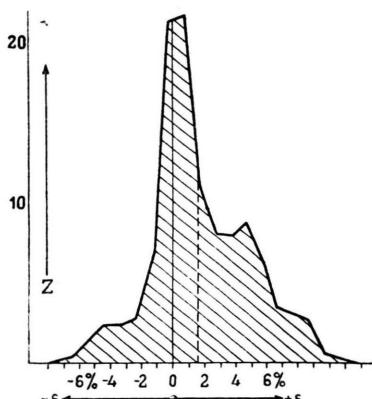


Abb. 3.

Da sich bei der vorliegenden Versuchsanordnung der schwingende Glasblock durch kurze intensive Beschallung leicht um einige 10 Grad erwärmen ließ, wurde die Temperaturabhängigkeit von  $p/q$  bei 10 willkürlich herausgegriffenen Gläsern im Intervall von 20 bis 40 Grad Celsius untersucht. Es konnte bei keinem Glas eine Änderung von  $p/q$  außerhalb der Meßfehler bemerkt werden. Das bedeutet, daß der Temperaturkoeffizient von  $p/q$  kleiner als 0,5%/Grad bleibt.

Desgleichen blieb eine Änderung der Schallfrequenz (von 1,45 MHz bis 7,25 MHz), wie nach Mueller<sup>2</sup> zu erwarten war, ohne Einfluß auf das Meßergebnis.

Eine Dispersion des Verhältnisses  $p/q$  der photoelastischen Konstanten war nicht sicher nachweisbar.

Dagegen konnte die Annahme, daß  $p/q$  mit wachsender Dichte kleiner wird, bestätigt werden. Die statistische Auswertung liefert zwischen der Größe von  $p/q$  und der Dichte  $\varrho$  eine lineare Korrelation

$$(p/q) = 2,267 - 0,239 \varrho.$$

Abb. 4 zeigt die Meßpunkte und, darin eingezeichnet, die durch lineare Regression gewonnene Gerade. (Der Korrelationskoeffizient beträgt  $r = 0,72$ .)

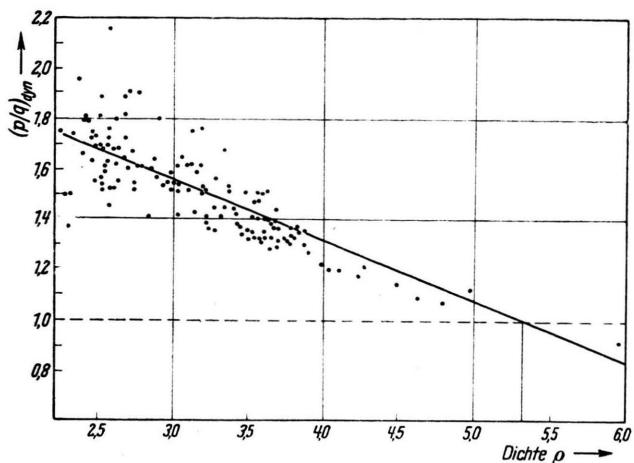


Abb. 4.

Die Konstanten  $p$  und  $q$  ließen sich einzeln nach der dynamischen Methode nicht bestimmen, weil dazu die Kenntnis der Schallamplitude in ihrer absoluten Größe erforderlich ist.